KAMERA KALIBRÁCIÓ

HAJDER LEVENTE 2007.10.15.

1. Bevezetés

A kamerakalibráció célja a kamera külső és belső paramétereinek meghatározása. Számos módszer létezik a probléma megoldására, mi itt csak az egyik legegyszerűbb eljárást írjuk le.

A kamera kalibrálása fontos feladat, hiszen például két kép esetén valós rekonstrukciót csak kalibrált kamera esetén tudunk tenni.

2. Feltételek

Adott egy P projektív transzformáció, mely a kameramodellek során megismert összefüggés alapján $P = KR[E|-t]$ alakra hozható, ahol R egy ortonormált mátrix, K felső háromszög mátrix, T háromdimenziós offsetvektor, E pedig (értelemszerűen) 3×3-mas egységvektor.

Adott ezenkívül egy kalibrációs objektum, amely legalább 4 háromdimenziós pontból származik. Az i-edik pontot jelöljük $Q_i = (X_i, Y_i, Z_i)$-vel. Ennek az objektumnak ismerjük az összes háromdimenziós koordinátáját. Ezen túl adott egy kép, amely tartalmazza az adott objektumot. Ezen a képen megkeressük az ismert háromdimenziós pontok helyét, és a két koordinátáját mindegyik pontnak feljegyezzük. Az i-edik pont megfelelő koordinátáit jelöljük (u_i, v_i)-vel.

3. Algoritmus

Először is jelöljük a P_i pont eltranszformált, de még nem vetített új koordinátáit $Q'_i = [X'_i, Y'_i, Z'_i]^T$-vel. Azaz $Q'_i = R(P_i - t) = RP_i - Rt$.

Fel tudjuk írni P'_i pontra a vetítési egyenleteket:

$$u_i = \frac{fk_u}{Z'_i} X'_i + u_0$$

$$v_i = \frac{fk_v}{Z'_i} Y'_i + v_0$$

Maga a vetítés a K kalibrációs mátrix és homogén koordináták segítségével írható le: $(u_i, v_i, 1)^T \sim K[RQ_i - Rt) = KR[E| - t] \begin{bmatrix} Q_i \\ 1 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} Q_i \\ 1 \end{bmatrix}$, ahol

$$K = \begin{bmatrix} fk_u & 0 & u_0 \\ 0 & fk_v & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tehát a $P = KR[E| - t]$ projekciós mátrix segítségével tudjuk leírni a vetítési feladatot. Ezért először meg kell becsülnünk a projekciós mátrixot. Ehhez nevezzük el a 3×4-es mátrix elemeit:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{bmatrix}$$

3.1. *P* **projekciós mátrix becslése.** Az i-edik pontra így íhatjuk le a teljes transzformációs egyenleteket:

$$u_i = \frac{p_{11}X_i + p_{12}Y_i + p_{13}Z_i + p_{14}}{p_{31}X_i + p_{32}Y_i + p_{33}Z_i + p_{34}}$$

$$v_i = \frac{p_{21}X_i + p_{22}Y_i + p_{23}Z_i + p_{24}}{p_{31}X_i + p_{32}Y_i + p_{33}Z_i + p_{34}}$$

Beszorozva a nevezővel kapjuk, hogy

$$(p_{31}X_i + p_{32}Y_i + p_{33}Z_i + p_{34})u_i = p_{11}X_i + p_{12}Y_i + p_{13}Z_i + p_{14}$$

$$(p_{31}X_i + p_{32}Y_i + p_{33}Z_i + p_{34})v_i = p_{21}X_i + p_{22}Y_i + p_{23}Z_i + p_{24}$$

Ezt a két egyenletet átrendezhetjük, és a projekciós mátrix elemei szerint felírhatjuk:

$$\begin{bmatrix} X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_iX_i & -u_iY_i & -u_iZ_i & -u_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_iX_i & -v_iY_i & -v_iZ_i & -v_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{12} \\ p_{13} \\ p_{14} \\ p_{21} \\ p_{22} \\ p_{23} \\ p_{24} \\ p_{31} \\ p_{32} \\ p_{33} \\ p_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ha felírjuk az összes pontra az egyenleteket, akkor $p = [p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{14}, p_{21}, p_{22}, p_{23}, p_{24}, p_{31}, p_{32}, p_{33}, p_{34}]^T$ paraméterekre túlhatározott homogén lineáris egyenletrendszert kapunk:

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1X_1 & -u_1Y_1 & -u_1Z_1 & -u_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -v_1X_1 & -v_1Y_1 & -v_1Z_1 & -v_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_2X_2 & -u_2Y_2 & -u_2Z_2 & -u_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 & -v_2X_2 & -v_2Y_2 & -v_2Z_2 & -v_2 \\ & & & & & & \vdots & & & & & \\ X_n & Y_n & Z_n & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_nX_n & -u_nY_n & -u_nZ_n & -u_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_n & Y_n & Z_n & 1 & -v_nX_n & -v_nY_n & -v_nZ_n & -v_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{12} \\ p_{13} \\ p_{14} \\ p_{21} \\ p_{22} \\ p_{23} \\ p_{24} \\ p_{31} \\ p_{32} \\ p_{33} \\ p_{34} \end{bmatrix} = 0$$

röviden $Ap = 0$ alakban írhatjuk. Ha $n \geq 6$, akkor meg is tudjuk oldani: a legkisebb négyzetek módszere szerinti optimális megoldás a lineáris algebrában tanultak szerint az A^TA mátrix legkisebb sajátértékéhez tartozó sajátvektor.

3.2. P **projekciós mátrix felbontása.** Tudjuk, hogy $P = KR[E|-t]$ Ha kiemeljük P első három szolopát, akkor kapjuk az alábbi összefüggést:

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix} = KR$$

ahol K a kamera belső paramétereit tartalmazó felső háromszög mátrix, R pedig ortonormált mátrix. Ezt a két mátrixot meg tudjuk határozni $\tilde{P}$QR-dekompozíciójával (pontosabban RQ-dekompozícióval).

Ha K és R ismert, t már könnyen kiszámolható: $t = -(KR)^{-1}p_4 = -R^TK^{-1}p_4$, ha $p_4 = [p_{14}, p_{24}, p_{34}]^T$a P projekciós mátrix negyedik oszlopa.