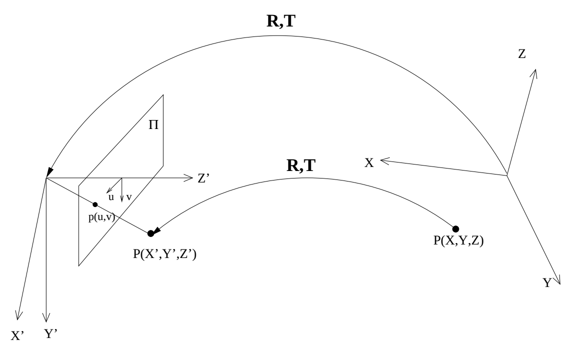
Kameramodellek

2007. október 16.

Ebben a fejezetben röviden áttekintjük a kameramodelleket: először az általános (perspektív) kameramodellel ismerkedünk meg, majd egyszerűsítések segítségével megkapjuk a gyengén perspektív kameramodellt.



1. ábra. Kamera általános modellje

1. A perspektív kameramodell

Ennek a szakasznak a célja megmutatni, hogy egy megadott $P = [X, Y, Z]^T$ pontból hogyan lehet kiszámítani a képsíkon levő $p = [u, v]^T$ képpontot (lásd a 1. ábrát). Mivel mozgó objektumok rekonstrukciójával foglalkozunk, a vetítési feladatot megelőzően egy transzformáció (elforgatás és eltolás együttese) leírása is szükséges.

1.1. Elforgatás és eltolás

Első lépésben határozzuk meg, hogyan befolyásolja a mozgás a megadott $P = [X, Y, Z]^T$ pont pozícióját. A mozgást leírhatjuk egy R elforgatásmátrix és egy T eltolásvektor segítségével:

$$P' = R(P - T) \tag{1}$$

Homogén koordinátákkal tömörebb formában is felírhatjuk a transzformációt:

$$P' = R[E| - T] \begin{bmatrix} P \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

ahol E az egységmátrix (magyar terminológia szerint).

1.2. Vetítés

Második lépésben le kell vetítenünk a $P' = [X', Y', Z']^T$ pontot a Π képsíkra. Így kapjuk a $p = [u, v]^T$ pontot. A vetítést az alábbi összefüggések segítségével lehet leírni:

$$u = \frac{fk_u}{Z'} X' + u_o \tag{3}$$

$$v = \frac{fk_v}{Z'} Y' + v_o \tag{4}$$

ahol k_u és k_v a képek felbontását (pixelméret) adják meg (mértékegység *pixel/hossz*), f a fókusztávolság (azaz a fókuszpont és a kamerasík közötti távolság), (u_o, v_0) pedig az úgynevezett döféspont (az a pont a képen, ahol az optikai tengely, azaz a fókuszpontból a képsíkra bocsátott egyenes metszi a képsíkot).

Homogén koordináták segítségével mátrixos formában is kifejezhetjük:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim KP' \tag{5}$$

ahol $\sim$ jelöli a homogén osztás okozta skálázási többértelműséget, K pedig az ún. kalibraciós mátrix, amely így fejthető ki:

$$K = \begin{bmatrix} fk_u & 0 & u_0 \\ 0 & fk_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

A transzformációt és a vetítést közös rendszerbe is össze lehet foglalni, és egy C projekciós mátrixszal lehet leírni:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \sim KR[E| - T] \begin{bmatrix} P \\ 1 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} P \\ 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Ezzel megkaptuk az általános perspektív kameramodellt.

2. Kameramodell gyenge perspektívára

Ahhoz, hogy az általános perspektív modellről áttérjünk a gyenge perspektívára, több megszorítást kell tennünk. A legegyszerűbb megkötés szerint – melyet perspektív vetítésre is szokás alkalmazni – az u és v irányú felbontás egyezzen meg: $k_u = k_v$, azaz egy pixel mindkét dimenziójában ugyanakkora távolságot fogjon át. Jelöljük egyszerűen k-val ezt a felbontást meghatározó paramétert. Ez valós kameráknál elvárható, máskülönben a kamerák nagyon torzítanának. A második feltétel, hogy a mélységet az objektum egészére általánosnak tekintjük. A közös mélységet $\tilde{Z}$-vel jelöljük.

Így a 3. és a 4. projekciós egyenletek átalakulnak:

$$u = \frac{fk}{\tilde{Z}} X' + u_o \tag{8}$$

$$v = \frac{fk}{\tilde{Z}} Y' + v_o \tag{9}$$

Ha bevezetjük a $q = \frac{fk}{\tilde{Z}}$-t, az elforgatási/eltolási transzformációval kiegészített összefüggés az alábbi módon írható le:

$$u = q r_1^T (P - T) + u_o \tag{10}$$

$$v = q r_2^T (P - T) + v_o \tag{11}$$

ahol r_1^T és r_2^T az R elforgatásmátrix első és második sorát jelenti. Bevezetve az $M = q \begin{bmatrix} r_1^T \\ r_2^T \end{bmatrix}$ mozgásmátrixot és $t = \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q r_1^T T \\ q r_2^T T \end{bmatrix}$ eltolásvektort, a gyenge perspektív leképezés az alábbi egyszerű alakra hozható:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = [M|t] \begin{bmatrix} P \\ 1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

A gyenge perspektív vetítés használata.

Gyenge perspektíva pedig csak bizonyos esetekben alkalmazható.

A **??**. ábrán láthatjuk néhány pont perspektív vetítését a képsíkra. Az elv egyszerű: a pontot összekötjük a fókuszponttal, és ott lesz az adott pont a képen, ahol ez az egyenes metszi a képsíkot.

Gyenge perspektíva esetén (a **??**. ábra) a pontokat először leképezzük a képsíkra merőleges egyenessel a súlyponton átmenő, a képsíkra merőleges síkra, majd erről a síkról valódi perspektíva segítségével vetítünk a képsíkra.

A vetítések egy speciális esete a merőleges vetítés (a **??**. ábra). Ebben az esetben a képsíkra merőleges egyenesekkel rögtön magára a képsíkra vetítjük le a pontokat.

A **??**. ábrán láthatjuk, hogy egy kocka közeli és távoli képét hogyan képzik le a különböző projekciós modellek. Meggyőződhetünk róla, hogy merőleges vetítés esetén a távolodás nem befolyásolja a méretet, ezért ez a modell csak akkor alkalmazható, ha az objektum viszonylag messze van a kamerától, és mélységben alig mozog az objektum.

A gyengén perspektív és a merőleges vetítésre egyaránt igaz, hogy ami a térben párhuzamos, az a képsíkon is párhuzamos lesz. Ennek oka, hogy a tárgysíkra vetítésnél a párhuzamosság megmarad, ahogyan a projektív vetítés is megtartja a párhuzamosságot, mivel a képsíkra párhuzamos sík pontjait vetítjük le.

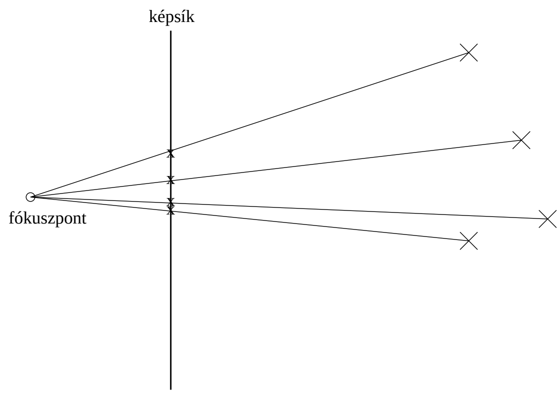
Perspektív vetítés esetén a párhuzamosság sem igaz: a térben párhuzamos egyenesek vetületének a speciális eseteket kivéve van metszéspontja a képsíkon.

A párhuzamosság alapján megállapíthajuk, hogy a gyengén perspektív vetítési modellnek akkor van létjogosultsága, ha a vetítendő tárgy mélysége (precízen fogalmazva: a képsíkhoz legközelebb és legtávolabb lévő pontok közötti mélységkülönbség) jóval kisebb, mint a képsík-tárgy távolság.

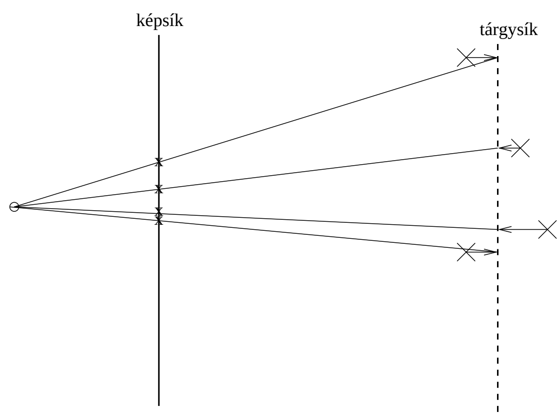
A gyenge perspektíva előnyei.

A gyenge perspektív vetítés alapvetően kétfajta előnnyel rendelkezik:

- Kevesebb paraméterrel tudjuk leírni a kamerát, ezért kevesebb paramétert kell megbecsülnünk; ezáltal a becslés minősége javulhat.
- A kevesebb paraméternek köszönhetően képesek vagyunk olyan problémákra is zárt alakú megoldást adni, ahol – ismereteink szerint – projektív vetítéssel zárt alakú megoldás még nem létezik.



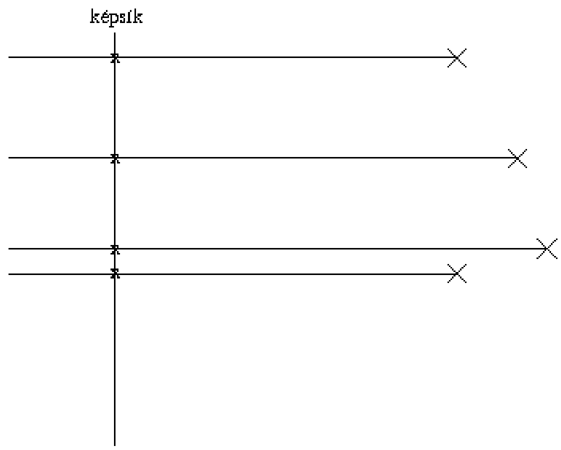
2. ábra. Perspektív vetítés



3. ábra. Gyengén perspektív vetítés

3. Nemlineáris torzítások kezelése

Noha elsőrendben (ún. paraxiális közelítésben) egy sok lencsét tartalmazó optikai rendszer projektív leképzést valósít meg, a legjobb tervezésű lencsék esetén



4. ábra. Merőleges vetítés

is aberrációk jelennek meg. A különféle aberrációk közül a kameramodellekbe a (harmadfokú) geometria torzítást lehet belevinni:

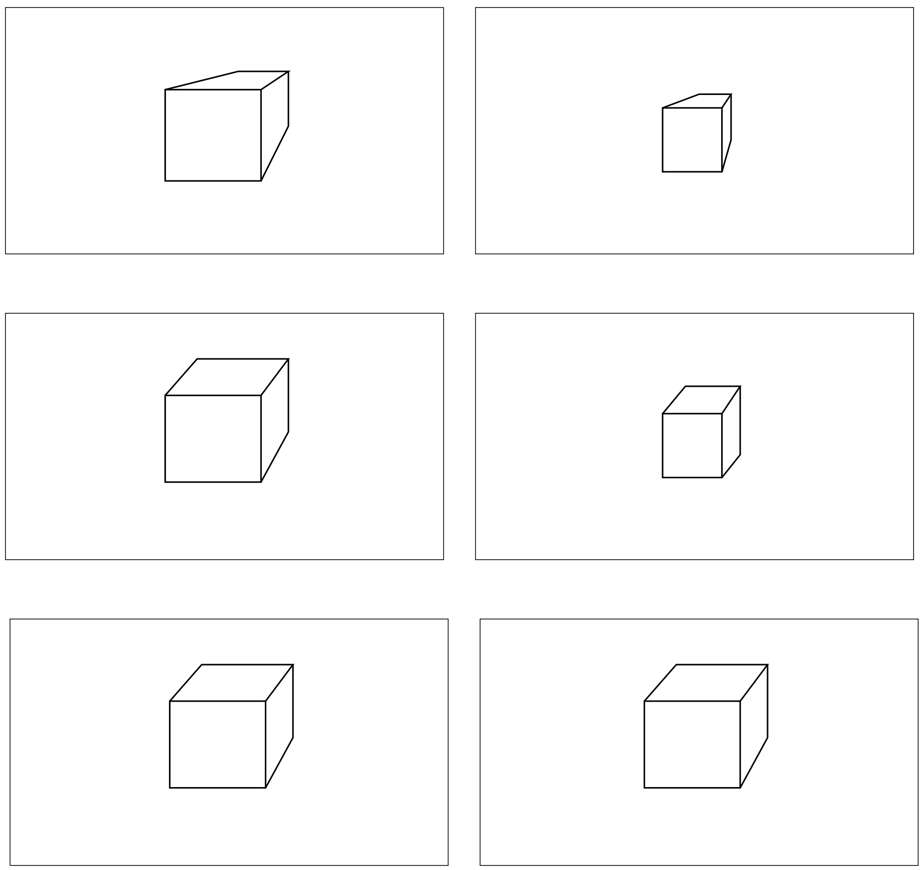
Ha $(u, v)^T$-vel jelöljük a projektív vetítés után az $(X, Y, Z)^T$ pont koordinátáit. A torzítés a vetítés után kapjuk meg:

$$\tilde{u} = u_0 + L(r)(u - u_0)$$

$$\tilde{v} = v_0 + L(r)(v - v_0)$$

Ahol r az $(u_0, v_0)^T$ döféspponttól vett távolság: $r = \sqrt{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2}$, $L(r)$ pedig egy harmadfokú polinom: $L(r) = 1 + \kappa_1 r + \kappa_2 r^2 + \kappa_3 r^3$.

Mindez azt jelenti, hogy a torzítást (melyet radiális torzításnak szokás hívni, mert a középponttól való távolságtól függ) három paraméterrel írhatjuk le. Ráadásul a három új paraméter nemlineáris, ezért



5. ábra. Vetítési példa. Baloldal: közeli kocka. Jobboldal: távoli kocka. Felül: perpektív vetítés. Középen: gyengén perspektív vetítés. Alul: merőleges vetítés.