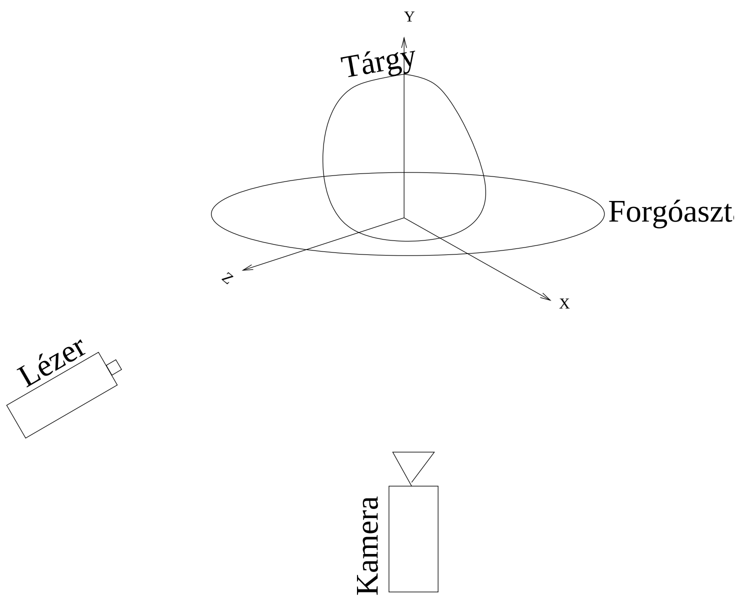
3D REKONSTRUKCIÓ LÉZERES LETAPOGATÁSSAL

1. Bevezetés

A lézeres letapogatás a ma elérhető legpontosabb 3D-s rekonstrukciót teszi lehetővé. Alapelve roppant egyszerű: egy lézeres csíkkal megvilágítjuk a tárgyat. A lézeres csík vastagsága viszonylag kicsi. Egy kamerával felvesszük a tárgyat, detektáljuk a lézeres csíkot, és a pozícióból már következik is a háromdimenziós koordinátája a pontnak.

2. A rendszer felépítése



A legegyszerűbb lézeres letapogató rendszer, melyet az ábrán is láthatunk. a következő komponensekből áll:

(1) Forgó asztal (erre tesszük a rekonstruálandó tárgyat)
(2) Lézercsík generátor (általában HeNe lézer hengeres optikával)
(3) Kamera

3. A rendszer működésének levezetése

3.1. **Detektált pont visszavetítése a térbe.** Vegyük fel úgy a koordinátarendszerünket, hogy az Y tengely egyezzen meg a forgóasztal forgástengelyével. Ezentúl az asztal lapja az $Y = 0$ síkban legyen.

A kameránkat előzetesen kalibrálni kell, tehát a

$$C = \begin{bmatrix} f_u & 0 & u_0 \\ 0 & -f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrixot , R forgatasi mátrixot és t ismerjük. (A koordinátarendszerünk P pontja a kamera középpontjában, a kamerasíkhoz rögzített koordinátarendszerben $P' = R(P - t)$ összefüggéssel írható le.) A lézeres csíkgenerátort úgy kell rögzíteni, hogy a csík az Y tengelyt elmetsze, és a lézercsík végig az $X = 0$ síkban marad.

A szkennelő algoritmus első lépése, hogy a képen detektáljuk a lézerrel megvilágított (tipikusan erősvörös) csíkokat. A lézer ki/bekapcsolásával el lehet érni, hogy a különbségképből a csík pontjai egyértelműen (és könnyen!) meghatározhatók.

Tegyük fel, hogy $(u, v)^T$ pont a lézercsík. Ennek, a képen detektált pontnak 3D-ben a térbeli helyét meg tudjuk határozni:

$$Q' = ZC^{-1} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ahol Z egy egész szám. Q értéke értelemszerűen függ Z-tól, ami azt jelenti, hogy Q egy egyenes, méghozzá az a vetítőegyenes, amely a térnek azokat a pontjait tartalmazza, melyek vetítés után $(u, v)^T$-be kerülnek. Z behelyettesítésével lehet az egyenesből egy konkrét pontot kiszámítani.

Beszorzással meggyőződhetünk ellenőrizetjük, hogy

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{f_u} & 0 & -\frac{u_0}{f_u} \\ 0 & -\frac{1}{f_v} & \frac{v_0}{f_v} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tudjuk, hogy a lézercsík az $X = 0$ pontban van, ezért a kivetített sugarat vissza kell vetíteni a forgóasztalhoz rögzített koordinátarendszerbe: $Q = R^T Q' + t$. Q' koordinátái kifejezhetőek:

$$Q' = Z \begin{bmatrix} \frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v} \\ \frac{v_0}{f_v} - \frac{1}{f_v}v \\ 1 \end{bmatrix}$$

$Q = R^T Q' + t$ koordinátái is kifejezhetőek:

$$Q = Z \begin{bmatrix} r_{11} \cdot (\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{21}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{31} \\ r_{12} \cdot (\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32} \\ r_{12} \cdot (\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

Ha az R mátrixot elemeit a szokásos módon dupla indexxel jelöljük, t vektort pedig a koordináták szerint bontuk fel $t = [t_x, t_y, t_z]^T$. A lézercsík az $X = 0$ síkban halad, ezért tudjuk, hogy Q első koordinátájának 0-nak kell lennie.

$$Z \cdot \left(r_{11} \cdot (\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{21}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{31} \right) + t_x = 0$$

Ebből Z kiszámítható:

$$Z = -\frac{t_x}{r_{11} \cdot (\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{21}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{31}}$$

A detektált pont helye 3D-ben visszahelyettesítéssel meghatározható:

$$Q = -\frac{t_x}{r_{11} \cdot (\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{21}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{31}} \begin{bmatrix} r_{11} \cdot (\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{21}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{31} \\ r_{12} \cdot (\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32} \\ r_{12} \cdot (\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

3.2. **Az asztal visszaforgatása.** A forgóasztallal együtt forog a rekonstruálandó tárgy is. A forgás leírható egy szöggel:

$$R_\beta = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

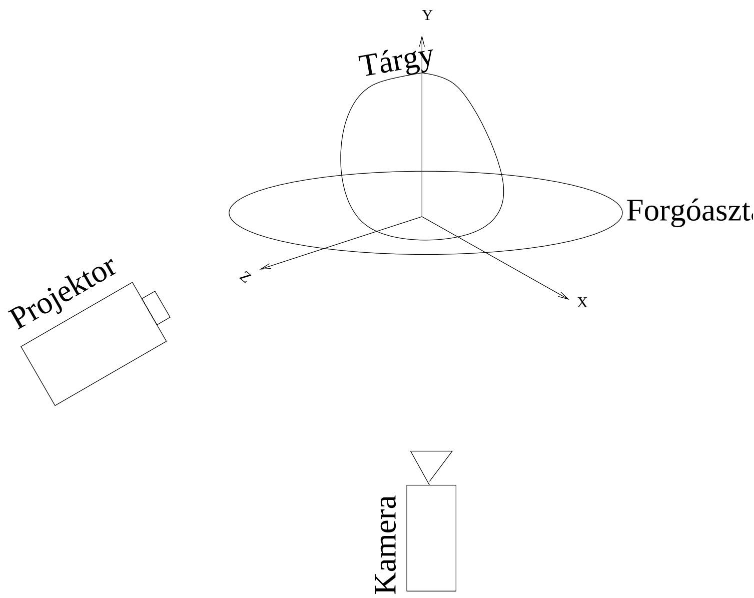
A rekonstrukció során a β szöggel elforgatás egyszerűen kezelhető: mivel az asztalt elforgattuk R_β-val, a kapott Q pontot vissza kell forgatni az eredeti pozícióba. Ez pedig azt jelenti, hogy $-\beta$ val Q-t el kell forgatni azaz a végeredmény $R_{-\beta}Q$ lesz.

4. A szkennelő algoritmus

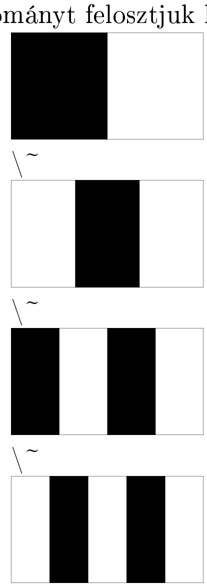
(1) A kamerát kalibrálni kell.
(2) A lézert el kell helyezni úgy, hogy a forgási tengelyen menjen át a lézercsík.
(3) A forgóasztalra fel kell tenni a rekonstruálandó tárgyat.
(4) A kamera képén meg kell keresni egy lézerrel megvilágított pontot.
(5) Vissza kell számolni 3D-ben a pont koordinátáit.
(6) Ha még van pont, goto 3.
(7) β fokkal elforgatjuk a forgóasztalt. Az egész folyamatot kezdeni kell elölről (goto 3)

5. Rekonstrukció projektorral

Projektoros rekonstrukció hasonló a lézereshez, a rendszer felépítése megegyezik a lézereshez, hiszen csak a lézeres csíkgenerátort kell kicserélni egy projektorra:



A projektorral az alábbi csíkokat vetítjük egymás után sarrenben (a teljes tartományt felosztjuk kettő, három, négy,...stb részre):



A rekonstrukciós elv is nagyon hasonlatos a lézerszkenneléshez, a fekete-fehér átmenet közötti vonalak a térben meghatároznak egy síkot, és ezt a síkot kell elmetszeni azzal az egyenessel, amely a képen detektált pixelekhez tartozik. A metszéspont megadja 3D-ben a pont rekonstruálandó pont helyét.

5.1. **Csíkok visszavetítése.** A csíkok határait a képen fel lehet írni egy paraméterrel. Az i-dik csík első koordinátáját jelöljük o_i-vel. A második koordinátáját pedig λ-val jelöljük. A projektor a kamerához hasonlóan perspektív, csak e leképzés inverz. A projektor belső paramétereit jelöljük:

$$C_{proj} = \begin{bmatrix} g_u & 0 & o_0 \\ 0 & g_v & p_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Azaz a projektor pixeleinek skálázását a g_u és g_v paraméterekkel írjuk le. A projektor döféspontját $(o_0, p_0)^T$-vel jelöljük. A világunk koordinátarendszerét most is a forgóasztalhoz állítjuk be (Az Y tengely a forgástengellyel megegyezik). A projektort úgy állítjuk be, hogy a projektor optikai tengelye egyezzen meg a koordinátarendszerünk Z tengelyével, a kamera középpontja pedig legyen Z_c távolságra az origótól.

Az i-dik csík korrdinátáját $(o_i, \lambda)^T$-vel jelöljük. Ezt a térben visszavetítve, a Z_p mélységet bevezetve megkapjuk a csíknak megfelelő síkot. A sík egy pontját jelöljük M-mel:

$$M = Z_p C_{proj}^{-1} \begin{bmatrix} o_i \\ \lambda \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_c \end{bmatrix}$$

ahol

$$C_{proj}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{g_u} & 0 & -\frac{o_0}{g_u} \\ 0 & -\frac{1}{g_v} & \frac{p_0}{g_v} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A beszorzást elvégezve:

$$M = \begin{bmatrix} Z_p \left(\frac{1}{g_u} o_i - \frac{o_0}{g_u} \right) \\ Z_p \left(\frac{p_o}{g_v} - \frac{1}{g_v} \lambda \right) \\ Z_p + Z_c \end{bmatrix}$$

A kamera visszavetítése teljesen hasonlóan történik, a térben a korábban kiszámított Q adja a detektált pixelnek megfelelő pontokat Z függvényében:

$$Q = Z \begin{bmatrix} r_{11}(\frac{1}{f_u} u - \frac{1}{f_v}) + r_{21}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{31} \\ r_{12}(\frac{1}{f_u} u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32} \\ r_{12}(\frac{1}{f_u} u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

A metszéspontot pedig M és Q egyenlősége adja meg:

$$Z \begin{bmatrix} r_{11}(\frac{1}{f_u} u - \frac{1}{f_v}) + r_{21}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{31} \\ r_{12}(\frac{1}{f_u} u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32} \\ r_{12}(\frac{1}{f_u} u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_p \left(\frac{1}{g_u} o_i - \frac{o_0}{g_u} \right) \\ Z_p \left(\frac{p_o}{g_v} - \frac{1}{g_v} \lambda \right) \\ Z_p + Z_c \end{bmatrix}$$

ahol ismeretleneink a Z, Z_p és λ paraméterek. Három egyenletből három ismeretlent (a degenerációkat leszámíva, például ha a sugár és a sík párhuzamosak egymással) könnyen ki lehet számitani. A harmadik egyenletből (harmadik koordináta) adódik, hogy

$$Z_p = Z\left(r_{12}(\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32}\right) + t_z - Z_c$$

Ezt az első egyenletbe visszahelyettesítve

$$Z\left(r_{11}(\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{21}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{31}\right) + t_x =$$

$$= \left(Z\left(r_{12}(\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32}\right) + t_z - Z_c\right)\left(\frac{1}{g_u}o_i - \frac{o_0}{g_u}\right)$$

Ebből pedig Z számítható:

$$Z = \frac{\left(\frac{1}{g_u}o_i - \frac{o_0}{g_u}\right)(t_z - Z_c) - t_x}{r_{11}(\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{21}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{31} - \left(\frac{1}{g_u}o_i - \frac{o_0}{g_u}\right)\left(r_{12}(\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32}\right)}$$

Z_p visszahelyettesítéssel számítható, λ pedig a második koordinátból származó egyenletből fejezhető ki:

$$Z\left(r_{12}(\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32}\right) + t_y = Z_p\left(\frac{p_o}{g_v} - \frac{1}{g_v}\lambda\right)$$

azaz

$$\lambda = -\frac{Z\left(r_{12}(\frac{1}{f_u}u - \frac{1}{f_v}) + r_{22}(\frac{v_0}{f_v} - \frac{v}{f_v}) + r_{32}\right) + t_y - Z_p\frac{p_o}{g_v}}{Z_p\frac{1}{g_v}}$$